*Теорема Виета

Классификация видов квадратных уравнений

Квадратные уравнения

неполное

полное

$ax^2+вx+c=0$

приведённое

$x^2+px+q=0$

$ax^2+вx=0$

$c=0$

$ax^2=0$

с=0,в=0

$ax^2+c=0$

в=0

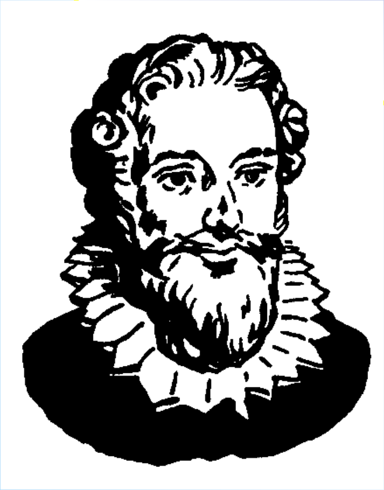
*Обратим внимание

* Ещё одно интересное соотношение – дискриминант уравнения равен квадрату разности его корней:

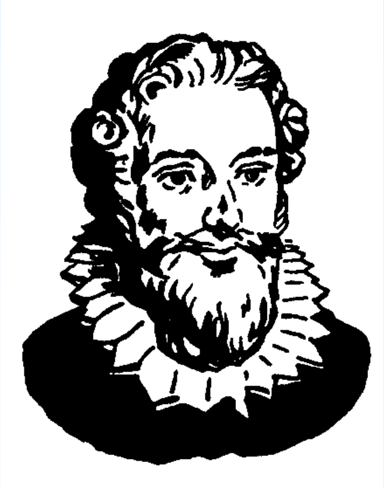
$$D=(x_1-x_2)^2.$$

* Теорема Виета

Франсуа Виет (1540–1603) родился во Франции. Разработал почти всю элементарную алгебру; ввёл в алгебру буквенные обозначения и построил первое буквенное исчисление.



Теорема Виета



Искусство, которое я излагаю, ново…Все математики знали, что под их алгеброй были скрыты несравненные сокровища, но они не умели их найти: задачи, которые они считали наиболее трудными, совершенно легко решаются с помощью нашего искусства.

Франсуа Виет.

Приведённое квадратное уравнение.

Квадратное уравнение вида

$$x^2 + px + q = 0$$

называется **приведённым** **(а=1).**

Квадратное уравнение общего вида можно привести к приведённому:

$$ax^2 + bx + c = 0 \,\big|\, : a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

где $p = \frac{b}{a}, q = \frac{c}{a}.$

*Теорема Виета.

Если приведённое квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет неотрицательный дискриминант, то сумма корней этого уравнения равна коэффициенту при X, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$x_1+x_2=-p,$ $x_1 \cdot x_2=q$

* ***Теорема, обратная теореме Виета***

Если для чисел x_1, x_2, p, q справедливы формулы

$$x_1+x_2=-p, \quad x_1 \cdot x_2=q$$

то x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2+px+q=0$$

Теорема Виета:

Если квадратное уравнение общего вида имеет неотрицательный дискриминант и если x_1 и x_2 – корни уравнения, то

$$x_1 + x_2 = -b/a$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a$$

* Пусть $ax^2+bx+c=0$ квадратное уравнение общего вида

Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

Тогда числа x_1, x_2 и p, q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:

Если числа x_1, x_2 и p, q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$.

Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$

Применение теоремы Виета

Найдите сумму и произведение корней уравнения:

$y^2+41y-371=0$	$x_1+x_2=$	-41	$x_1\cdot x_2=$	-371
$x^2-210x=0$	$x_1+x_2=$	210	$x_1\cdot x_2=$	0
$x^2-15x-16=0$	$x_1+x_2=$	15	$x_1\cdot x_2=$	-16
$x^2-6x-11=0$	$x_1+x_2=$	6	$x_1\cdot x_2=$	-11

1. Если произведение и сумма корней – положительные, то оба корня – положительные числа.

2. Если произведение корней – положительное число, а сумма корней – отрицательное, то оба корня – отрицательные числа.

3. Если произведение корней – отрицательное число, то корни имеют разные знаки.
А) если сумма корней – положительная, то больший по модулю корень является положительным числом,
Б) если сумма корней меньше нуля, то больший по модулю корень – отрицательное число

Найдём корни уравнений.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	q	x_1	x_2	x_1+x_2	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	- 2	- 3	- 5	6
2	$x^2 – 5x - 6 = 0$	- 5	- 6	6	- 1	5	- 6
3	$x^2 – 7x + 6 = 0$	- 7	6	6	1	7	6
4	$x^2 + x – 6 = 0$	1	- 6	- 3	2	- 1	- 6